

**PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER
DENGAN METODE NUMERIK**

Wajib Pandia¹, Israil Sitepu²

¹Prodi Pendidikan Matematika, Universitas Quality Medan

E-mail: wajibpandia957@gmail.com

²Prodi Pendidikan Matematika, Universitas Katolik Santo Thomas Medan

E-mail: israil63@gmail.com

ABSTRAK

Metode numerik mampu menyelesaikan suatu persamaan yang besar, tidak linier dan sangat kompleks yang tidak mampu diselesaikan dengan analitik. Tetapi metode numerik, hanya dapat memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati sehingga solusi dari hasil penghitungan numerik disebut solusi hampiran dan dapat dibuat seteliti yang diinginkan. Penelitian ini berjenis kepustakaan atau literatur yang bertujuan mengumpulkan data-data dan informasi melalui bukudan jurnal. Persamaan non linier merupakan salah satu masalah yang dapat diselesaikan dengan metode numerik. Penentuan akar persamaan non linier ada empat metode yang dapat digunakan yaitu metode bagi dua, metode posisi palsu, metode Newton Raphson, dan metode secant, metode yang paling cepat konvergen adalah metode Newton Raphson.

Kata Kunci: *Metode Numerik, Menentukan Akar Persamaan Non Linier*

ABSTRACT

Numerical methods are able to solve large, non-linear and very complex equations that cannot be solved analytically. But the numerical method, can only obtain solutions that approach or approach the true solution so that the solution from the results of numerical calculations is called the approximation solution and can be made as precisely as desired.

This research type of library research or literature that aims to collect data and information through books and journals. Non-linear equation is one of the problems that can be solved by numerical methods. In determining the roots of non-linear equations there are four methods that can be used, namely the bisection method, false position method, Newton Raphson method, and the secant method, the fastest converging method is the Newton Raphson method.

Keywords: *Numerical Methods, Determining the Roots of Non Linear Equations*

PENDAHULUAN

Latar Belakang Masalah

Persoalan yang melibatkan model matematika sangat banyak muncul di dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan, seperti bidang fisika, kimia, ekonomi, atau pada persoalan rekayasa. Model matematika tersebut muncul dalam bentuk yang tidak

dapat diselesaikan dengan metode analitik untuk mendapatkan solusi sejati. Menurut Maharani dan Suprpto (2018:1) “metode analitik adalah metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim)”. Menurut Djojodiharjo (2000:1) metode numerik adalah salah satu cabang atau bidang

matematika, khususnya matematika rekayasa, yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematika. Triatmodjo (2001:1) mengatakan “metode numerik mampu menyelesaikan suatu persamaan yang besar, tidak linier dan sangat kompleks yang tidak mampu diselesaikan dengan analitik”. Metode numerik ini digunakan jika metode analitik sudah tidak dapat lagi diterapkan, maka solusi persoalan sebenarnya masih dapat dicari dengan cara lain, yaitu dengan menggunakan metode numerik. Hal ini sesuai seperti yang dikatakan oleh Panjaitan (2017:93) bahwa: metode numerik digunakan untuk menyelesaikan persoalan dimana perhitungan secara analitik tidak dapat digunakan. Metode numerik ini berangkat dari pemikiran bahwa permasalahan dapat diselesaikan dengan pendekatan-pendekatan yang dapat dipertanggung-jawabkan secara analitik.

Perbedaan utama dari metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. Pertama, solusi yang menggunakan metode numerik selalu berbentuk angka. Jika dibandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematika yang selanjutnya fungsi matematika tersebut dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua, dengan metode numerik, hanya dapat memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati sehingga solusi dari hasil penghitungan numerik disebut solusi hampiran (aproksimasi) dan dapat dibuat seteliti yang diinginkan. Solusi hampiran jelas tidak sama dengan solusi sejati, sehingga ada selisih diantara keduanya yang disebut galat (error). Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi eksaknya. Semakin kecil galatnya, semakin teliti solusi numerik yang didapatkan.

Salah satu masalah yang paling sering ditemui di dalam matematika adalah mencari akar suatu persamaan. Bila diketahui fungsi $f(x)$, akan dicari nilai-nilai x yang memenuhi

$f(x)=0$. Termasuk di dalam masalah menentukan titik potong dua buah kurva. Apabila kurva-kurva tersebut dinyatakan oleh fungsi $f(x)$ dan $g(x)$, maka absis titik potong kedua kurva tersebut adalah akar-akar persamaan $f(x) - g(x) = 0$.

Di dalam matematika sering sekali harus mencari penyelesaian persamaan yang berbentuk $f(x)=0$ yakni bilangan-bilangan $x=r$ sedemikian sehingga $f(r)=0$. Nilai r yang memenuhi disebut akar persamaan atau titik nol fungsi $f(x)$. Menurut Maharani dan Suprpto (2018:16) “adapun metode pencarian akar dalam metode numerik dilakukan secara iteratif”. Metode pencarian akar dua yaitu metode terbuka dan metode tertutup. Menurut Munir (2006:62) metode tertutup, yakni: Metode yang mencari akar di dalam selang $[a,b]$. Selang $[a,b]$ sudah dipastikan berisi minimal satu buah akar, karena itu metode tertutup selalu berhasil menemukan akar. Dengan kata lain, lelarannya selalu konvergen. Sedangkan metode terbuka menurut Munir (2006:62), yakni: Berbeda dengan metode tertutup, metode terbuka tidak memerlukan selang $[a,b]$ yang mengandung akar. Yang diperlukan adalah tebakan awal akar. Dengan prosedur lelaran, digunakan untuk menghitung hampiran akar yang baru. Pada setiap kali lelaran, hampiran akar yang lama dipakai untuk menghitung hampiran akar yang baru.

Dalam metode terbuka ada : metode bagi dua dan metode posisi palsu. Dalam metode tertutup : metode Newton Raphson dan metode secant. Keempat metode tersebut sering sekali digunakan dalam menentukan akar persamaan non linier yang tidak dapat diselesaikan secara analitik. Peneliti merasa tertarik dalam membandingkan keempat metode tersebut dalam menyelesaikan sistem persamaan non linier. Oleh karena itu peneliti melakukan penelitian dengan judul “**Penentuan Akar Persamaan Non Linier dengan Metode Numerik**”.

Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah metode apakah yang tercepat dalam menentukan akar persamaan non linier dengan metode numerik?

Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian untuk mengetahui metode tercepat dalam menentukan akar persamaan non linier dengan metodenumerik.

TINJAUAN PUSTAKA

Persamaan

Persamaan ialah suatu pernyataan matematika dalam bentuk simbol sama dengan (=). Menurut Negoro dan Harahap (2010:269) adalah “kalimat terbuka yang menyatakan hubungan sama dengan disebut persamaan”. Menurut Sukirman, dkk. (2013:3.2) “dasar suatu persamaan adalah sebuah pernyataan matematika yang terdiri dari dua ungkapan pada ruas kanan dan kiri yang dipisahkan oleh tanda =”.

Contoh : $x(x - 1) = x^2 - x$

Secara umum, nilai peubah pada suatu persamaan menjadi benar disebut dengan solusi ataupun penyelesaian.

Persamaan Non Linier

Misalkan $f(x)$ adalah suatu fungsi kontinu. Setiap bilangan r pada domain f yang memenuhi $f(r) = 0$ disebut akar persamaan $f(x) = 0$, atau disebut juga pembuat nol fungsi $f(x)$. Secara singkat, r disebut akar fungsi $f(x)$ (Maharani dan Suprpto, 2018:16). Salah satu contoh persamaan non linier adalah persamaan kuadrat. Bentuk umum dari persamaan kuadrat adalah:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Contoh : Tentukan akar persamaan non linier dari $x^2 - 5x + 6 = 0$

Jawab : $x_1 = 2$ dan $x_2 = 3$ (diselesaikan secara analitik).

Akar-akar tersebut memberikan nilai-nilai x yang menjadikan persamaan itu sama dengan nol.

Namun untuk bentuk-bentuk persamaan non

linier dengan derajat lebih dari dua, terkadang akan ditemukan kesulitan untuk mendapatkan akar-akarnya (Setiawan,2007:31).

Metode Numerik

Menurut Munir (2006:5) “metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi)”. Metode artinya cara, sedangkan numerik artinya angka. Jadi metode numerik secara harafiah berarti cara berhitung dengan menggunakan angka-angka. Menurut Maharani dan Suprpto (2018:1) “metode numerik merupakan suatu metode untuk menyelesaikan masalah-masalah matematika dengan menggunakan sekumpulan aritmatik sederhana dan operasi logika pada sekumpulan bilangan atau data numerik yang diberikan”. Menurut Setiawan (2007:1) “metode numerik adalah teknik penyelesaian yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan/aritmatik dan dilakukan secara berulang-ulang dengan bantuan komputer atau secara manual”.

Pada umumnya metode numerik tidak mendapatkan nilai atau jawaban yang eksak, melainkan nilai aproksimasi. Penentuan akar persamaan non linier dilakukan :

Metode Bagi Dua

Menurut Tentua (2017:114) “metode bagi dua adalah cara menyelesaikan persamaan non-linier dengan membagi dua nilai x_1 dan x_2 dilakukan berulang-ulang sampai nilai x lebih kecil dari nilai toleransi yang ditentukan”. Metode ini sederhana tetapi lambat. Metode ini memerlukan dua nilai sebagai tebakan awal sebut a (ujung kiri selang) dan b (ujung kanan selang), $a \leq b$ yang harus memenuhi $f(a) f(b) < 0$, selang $[a,b]$ mengandung akar.

Misalkan sudah ditemukan interval yang cukup kecil $[a,b]$ sehingga $f(a) f(b) < 0$, yang berarti pada interval memuat akar (Mulyono,2020:229). Pada setiap kali iterasi,

selang $[a,b]$ dibagi dua di $x = c$, sehingga terdapat upselang yang berukuran sama yaitu $[a,c]$ dan $[b,c]$.

Proses diulang dengan membagi dua selang tersebut dan memeriksa setengah selang yang mana mengandung akar. Pembagi dua selang dilanjutkan sampai lebar selang yang ditinjau cukup kecil. Penentuan setengah selang yang mengandung akar dilakukan dengan memeriksa tanda dari hasil kali $f(a) f(c) < 0$ atau $f(c) f(b) < 0$.

Selang yang baru dibagi dua lagi dengan cara yang sama. Begitu seterusnya sampai ukuran selang yang baru sudah sangat kecil. Menurut (Munir,2006:67) iterasi sebagai berikut :

1. Lebar selang baru $[a,b] < e$, e adalah nilai toleransi lebar selang yang mengurung akar.
2. Nilai fungsi di hampiran akar $f(c) = 0$.
3. Galat relatif hampran akar $\frac{|c_{baru} - c_{lama}|}{c_{baru}} < d$
, d adalah galat relatif hampiran yang diinginkan.

Menurut Maharani dan Suprpto (2018:22) kasus yang mungkin terjadi pada penggunaan metode bagi dua adalah sebagai berikut:

1. Jumlah akar lebih dari satu
Jika dalam selang $[a,b]$ terdapat lebih dari satu akar (banyaknya akar ganjil), hanya satu akar yang dapat ditemukan. Cara mengatasinya adalah dengan menggunakan selang $[a,b]$ yang cukup kecil hanya satu buah akar.
2. Akar ganda
Metode bagi dua tidak berhasil menemukan akar ganda. Hal ini disebabkan karena tidak terdapat perbedaan tanda di ujung selang yang baru.
3. Singularitas
Pada titik singular, nilai fungsinya tidak terdefinisi. Jika selang $[a,b]$ mengandung titik singular, tahapan metode bagi dua tidak pernah berhenti. Penyebabnya, metodebagi dua menganggap titik singular sebagai akar karenafungsi cenderung konvergen. Yang sebenarnya, titik singular bukanlah akar,

melainkan akar semu. Cara mengatasinya adalah dengan memeriksa nilai $|f(b)-f(a)|$. Jika $|f(b)-f(a)|$ konvergen ke 0, akar yang dicari pasti akar sejati, tetapi jika $|f(b)-f(a)|$ divergen, akar yang dicari merupakan titik singular (akar semu).

Pada setiap tahapan pada metode bagi dua, bahwa selisih antara akar sejati dengan akar hampiran tidak pernah melebihi setengah panjang selang saat itu.

Metode Posisi Palsu

Meskipun metode bagi dua selalu berhasil dalam menemukan akar, tetapi kecepatan dalam menemukan akarnya sangatlah lambat. Kecepatan konvergensi bisa ditingkatkan jika nilai $f(a)$ dan $f(b)$ juga turut diperhitungkan. Jika $f(a)$ lebih dekat ke nol daripada $f(b)$ maka akar lebih dekat ke $x = a$ daripada $x = b$. Metode yang memanfaatkan nilai dari $f(a)$ dan $f(b)$ ini adalah metode posisi palsu. Dengan metode ini, dibuat suatu garis lurus yang menghubungkan titik $(a,f(a))$ dan $(b, f(b))$. Kemiringan dan selisih tinggi dari dua titik yang berada suatu garis yang menghubungkan dua titik pada kurva. Garis lurus berfungsi menggantikan kurva $f(x)$ dan memberikan posisi palsu dari akar (Endaryono,2019:451).

Persamaan garis melalui titik $(a,f(a))$ dan $(b, f(b))$ adalah $c = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$

Metode Newton Raphson

Secara geometri metode Newton-Raphson serupa dengan metode posisi palsu yakni menggunakan garis lurus sebagai hampiran fungsi pada suatu selang.

Metode Newton Raphson menghampiri grafik $f(x)$ dengan garis-garis singgung yang sesuai. Nilai x_0 sebagai tebakan awal diperoleh dengan melokasikan akar-akar dari $f(x)$, terlebih dahulu ditetapkan x_1 adalah titik potong antara sumbu x dan garis singgung kurva $f(x)$ di titik x_0 . Jika β : sudut antara garis singgung dengan sumbu x maka :

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Iterasi dihentikan jika dua hampiran akar yang beruntun sudah hampir sama nilainya.

(Purcell dan Varberg, 1984:499).

Adapun kekurangan dari metode Newton-Raphson adalah fungsi f harus diketahui turunannya, sementara tidak semua fungsi dapat diturunkan dengan mudah. Selain itu juga diperlukan suatu tebakan awal x_0 yang tepat agar barisan x_n yang dihasilkan konvergen ke solusi eksaknya (Ramadhini, dkk, 2019:176).

Metode Secant

Metode Secant merupakan metode yang mengatasi kelemahan dari metode Newton Raphson (Batarius dan SinLae, 2019:24).

Metode secant (Modifikasi Metode Newton Raphson) dimulai dengan dua tebakan x_0 dan x_1 terhadap akar dari fungsi $f(x)$. Nilai tebakan awal tidak perlu menghampiri akar. Proses iterasi seperti Metode Newton Raphson, hanya perhitungan $f'(x_0)$

dimodifikasi oleh nilai : $\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

Nilai tersebut merupakan gradien garis yang menghubungkan titik $((x_0, f(x_0))$ dan $((x_1, f(x_1)))$. Jadi yang dihitung adalah nilai :

$$x_2 = x_0 - \frac{f(x_0)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Setelah titik x_2 diperoleh kita ambil x_1 dan x_2 sebagai tebakan akar yang baru dan proses yang sama diulangi untuk mendapatkan hampiran x_3 . Rumus Metode Secant :

$$x_{k+1} = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

Langkah-langkah metode secant sebagai berikut (Wulan, dkk, 2016:38):

1. Mencari nilai akar rdari persamaan $f(x)$
2. Menentukan 2 taksiran awal
3. Lakukan iterasi dengan rumus

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)(x_r - x_{r-1})}{f(x_r) - f(x_{r-1})}$$

METODE PENELITIAN

Metode penelitiannya yaitu penelitian pustaka, yang melakukan penelusuran dan penelaah terhadap buku-buku, majalah, dokumen, catatan, kisah-kisah sejarah dan sebagainya yang punya relevansi dengan topik bahasan. (Nazir, 1988:11).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penentuan akar persamaan non linier dengan Metode Bagi Dua

Tentukan akar persamaan non linier $f(x) = x^3 - 3x + 1$ pada selang $[1, 2]$

Jawab :

Iterasi 1: $a = 1$; $f(1) = 1^3 - 3(1) + 1 = -1$

$b = 2$; $f(2) = 2^3 - 3(2) + 1 = 3$

$c_1 = \frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5$; $f(c_1) = -0,125$

$f(c_1) f(b) = f(1,5) f(2) = -0,375 < 0$; akar pada selang $[1,5 ; 2]$

Iterasi 2: $c_2 = 1,75$; $f(c_2) = 1,109$

$f(a) f(c_2) = -0,139 < 0$; akar pada selang $[1,5 ; 1,75]$

Iterasi 3: $c_3 = 1,625$; $f(c_3) = 0,416$

$f(a) f(c_3) = -0,052 < 0$; akar pada selang $[1,5 ; 1,625]$

Iterasi 4: $c_4 = 1,5625$; $f(c_4) = 0,127$

$f(a) f(c_4) = -0,016 < 0$; akar pada selang $[1,5 ; 1,5625]$

Iterasi 5: $c_5 = 1,5312$; $f(c_5) = -0,004$

$f(c_5) f(b) = -0,0005 < 0$; akar pada selang $[1,5312 ; 1,5625]$

Iterasi 6: $c_6 = 1,5468$; $f(c_6) = 0,06$

$f(a) f(c_6) = -0,0002 < 0$; akar pada selang $[1,5312 ; 1,5468]$

Iterasi 7: $c_7 = 1,539$; $f(c_7) = 0,028$

$f(a) f(c_7) = -0,0001 < 0$; akar pada selang $[1,5312 ; 1,539]$

Iterasi 8: $c_8 = 1,5351$; $f(c_8) = 0,012$

$f(a) f(c_8) = -0,00004 < 0$; akar pada selang $[1,5312 ; 1,5351]$

Iterasi 9: $c_9 = 1,5332$; $f(c_9) = 0,004$

$f(a) f(c_9) = -0,00001 < 0$; akar pada selang $[1,5312 ; 1,5332]$

Iterasi 10: $c_{10} = 1,5322$; $f(c_{10}) = 0,0004$

$f(a) f(c_{10}) = -0,000001 < 0$; akar pada selang
 $[1,5312; 1,5322]$
 Iterasi 11 : $c_{11} = 1,5317$; $f(c_{11}) = -0,002$
 $f(c_{11}) f(b) = 0,0000008 < 0$; akar pada selang
 $[1,5317; 1,5322]$
 Iterasi 12 : $c_{12} = 1,5320$; $f(c_{12}) = -0,0004$
 $f(c_{12}) f(b) = -0,0000002 < 0$; akar pada
 selang $[1,5320; 1,5322]$
 Iterasi 13 : $c_{13} = 1,5321$; $f(c_{13}) = 0,00004$
 $f(a) f(c_{13}) = -0,00000002 < 0$; akar pada
 selang $[1,5320; 1,5321]$
 Iterasi 14 : $c_{14} = 1,5321$; $f(c_{14}) = 0,00004$
 $f(a) f(c_{14}) = -0,00000002 < 0$; akar pada
 selang $[1,5320; 1,5321]$
 $c_{13} = c_{14} = 1,5321$, iterasi stop.
 Jadi akar persamaan non linier $f(x) = x^3 - 3x + 1$
 pada selang $[1,2]$ adalah $1,5321$,

Penentuan akar persamaan non linier dengan Metode Posisi Palsu

Tentukan akar persamaan non linier
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ pada selang $[1,2]$

Jawab

$a = 1$; $f(a) = -1$

$b = 2$; $f(b) = 3$

$$c = \frac{af(b) - bf(a)}{b - a}$$

Iterasi 1 : $c_1 = \frac{1(3) - 2(-1)}{3 - (-1)} = 1,25$

$f(c_1) = -0,797$. $f(c_1) f(b) = -2,391 < 0$,
 akar pada selang $[1,25 ; 2]$

Iterasi 2 : $c_2 = 1,4074$; $f(c_2) = -0,434$
 $f(c_2) f(b) = -1,302 < 0$, akar pada selang
 $[1,4074 ; 2]$

Iterasi 3 : $c_3 = 1,4823$; $f(c_3) = -0,190$
 $f(c_3) f(b) = -0,57 < 0$, akar pada selang
 $[1,4823 ; 2]$

Iterasi 4 : $c_4 = 1,5131$; $f(c_4) = -0,075$
 $f(c_4) f(b) = -0,225 < 0$, akar pada selang
 $[1,5131 ; 2]$

Iterasi 5 : $c_5 = 1,5250$; $f(c_5) = -0,028$
 $f(c_5) f(b) = -0,084 < 0$, akar pada selang
 $[1,5250 ; 2]$

Iterasi 6 : $c_6 = 1,5294$; $f(c_6) = -0,011$
 $f(c_6) f(b) = -0,033 < 0$, akar pada selang
 $[1,5294 ; 2]$

Iterasi 7 : $c_7 = 1,5311$; $f(c_7) = -0,004$
 $f(c_7) f(b) = -0,012 < 0$, akar pada selang

$[1,5311 ; 2]$
 Iterasi 8 : $c_8 = 1,5317$; $f(c_8) = -0,002$
 $f(c_8) f(b) = -0,006 < 0$, akar pada selang
 $[1,5317 ; 2]$
 Iterasi 9 : $c_9 = 1,5320$; $f(c_9) = -0,0004$
 $f(c_9) f(b) = -0,0012 < 0$, akar pada selang
 $[1,5320 ; 2]$
 Iterasi 10 : $c_{10} = 1,5321$; $f(c_{10}) = -0,00004$
 $f(c_{10}) f(b) = -0,00012 < 0$, akar pada selang
 $[1,5321 ; 2]$
 Iterasi 11 : $c_{11} = 1,5321$;
 $c_{10} = c_{11} = 1,5321$, iterasi stop.
 Jadi akar persamaan non linier $f(x) = x^3 - 3x + 1$
 pada selang $[1,2]$ adalah $1,5321$,

Penentuan akar persamaan non linier dengan Metode Newton Raphson

Tentukan akar persamaan non linier
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ dengan tebakan awal $x_0 = 2$

Jawab : $f'(x) = 3x^2 - 3$

Iterasi 1;

$x_0 = 2$, $f(x_0) = (2)^3 - 3(2) + 1 = 3$

$f'(x_0) = 3(2)^2 - 3 = 9$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \frac{3}{9} = 1,6667$$

$f(x_1) = 0,6298$; $f'(x_1) = 5,3337$

Iterasi 2 ; $x_2 = 1,5486$

$f(x_2) = 0,0680$; $f'(x_2) = 4,1945$

Iterasi 3 : $x_3 = 1,5324$

$f(x_3) = 0,0013$; $f'(x_3) = 4,0447$

Iterasi 4 : $x_4 = 1,5321$

$f(x_4) = 0,00004$; $f'(x_4) = 4,0420$

Iterasi 5 : $x_5 = 1,5321$

$x_4 = x_5 = 1,5321$, iterasi stop.

Jadi akar persamaan non linier
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ dengan tebakan awal $x_0 = 2$
 adalah $1,5321$,

Penentuan akar persamaan non linier dengan Metode Secant

Tentukan akar persamaan non linier
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ dengan tebakan awal $x_0 = 2$
 dan $x_1 = 1$

Jawab

$x_0 = 2$, $f(x_0) = (2)^3 - 3(2) + 1 = 3$

$x_1 = 1$, $f(x_1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$

Iterasi 1;

$$x_2 = x_0 - \frac{f(x_0)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$$x_2 = 2 - \frac{3(1-2)}{-1-3} = 1,25$$

$$f(x_2 = 1,25) = -0,797$$

Iterasi 2:

$$x_3 = 2,2315 ; f(x_3 = 2,2315) = 5,417$$

Iterasi 3:

$$x_4 = 1,3759 ; f(x_4 = 1,3759) = -0,523$$

Iterasi 4:

$$x_5 = 1,4512 ; f(x_5 = 1,4512) = -0,297$$

Iterasi 5 :

$$x_6 = 1,5502 ; f(x_6 = 1,5502) = 0,075$$

Iterasi 6 :

$$x_7 = 1,5302 ; f(x_7 = 1,5302) = -0,008$$

Iterasi 7

$$x_8 = 1,5321 ; f(x_8 = 1,5321) = 0,00004$$

Iterasi 8:

$$x_9 = 1,5321$$

$x_8 = x_9 = 1,5321$, iterasi stop.

Jadi akar persamaan non linier $f(x) = x^3 - 3x + 1$ dengan tebakan awal $x_0 = 2$ dan $x_1 = 1$ adalah 1,5321,

Pembahasan

Penentuan akar persamaan non linier secara numerik dilakukan dengan 4 metode yaitu : metode bagi dua sebanyak 14 kali iterasi, metode posisi palsu sebanyak 11 kali iterasi, metode newton raphson sebanyak 5 kali iterasi dan metode newton sebanyak 9 kali iterasi, serta yang tercepat adalah metode Newton Raphson. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Ritonga dan Suryana (2019:64) yang mengatakan “Metode Newton Raphson secara umum lebih cepat konvergen dibanding metode lainnya dengan rata-rata 64% lebih cepat”.

SIMPULAN

Metode yang tercepat dalam menentukan akar persamaan non linier secara numerik adalah Metode Newton Raphson sebanyak 5 kali iterasi

DAFTAR PUSTAKA

- Batarius, P, dan SinLae, A, A. 2019. *Nilai Awal Pada Metode Secant yang Dimodifikasikan dalam Penentuan Akar Ganda Persamaan Non Linier*. 21(1): 22-31.
- Djojodiharjo, H. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka.
- Endaryono. 2019. *Aplikasi Microsoft Excel untuk Program Perhitungan Penentuan Nilai Golden Ratio Menggunakan Persamaan Kuadrat Metode Numerik*. : (449-459)
- Endaryono. 2020. *Karakteristik Komputasi Akar Kuadrat Bilangan Nonkuadrat Sempurna Beberapa Metode Iteratif Menggunakan Pemograman Qbasic*. 11(2): 76-87.
- Maharani, S dan Suprpto, E. 2018. *Analisis Numerik Berbasis Group Investigation Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis*. Magetan: CV. AE Media Grafika.
- Mulyono. 2020. *Kajian Sejumlah Metode Tertutup Untuk Mencari Akar-Akar Persamaan Non Linier Secara Iteratif*. 5(_): 228-234
- Munir, R. 2006. *Metode Numerik edisi Revisi*. Bandung: Informatika.
- Nazir, M. 1988. *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Negoro dan Harahap. 2010. *Ensiklopedia Matematika*. Bogor Selatan: Penerbit Ghalia Indonesia.
- Panjaitan, M. 2017. *Pemahaman Metode Numerik Menggunakan Program Matlab*. 1(1): 89-94.
- Purcell, J, E dan Varberg, D. 1984. *Calculus With Analytic Geometry, 4th Edition*. Diterjemahkan oleh Susila, dkk. 1999. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Ramadhini, dkk. 2019. *Syarat Cukup Kekonvergenan Metode-Newton Raphson*. VIII (2): 173-180.
- Ritonga, J, dan Suryana, D. 2019.

Perbandingan Kecepatan Konvergensi Akar Persamaan Non Linier Metode Titik Tetap Dengan Metode Newton Raphson Menggunakan Matlab. XI(2): 51-64.

Setiawan, A. 2007. *Pengantar Metode Numerik*. Yogyakarta: C.V Andi Offset.

Sukirman, dkk. 2013. *Matematika*. Tangerang Selatan: Penerbit Universitas Terbuka.

Tentua, N, M. 2017. *Aplikasi Tingkat Akurasi Penyelesaian Persamaan Non Linier Dengan Menggunakan Metode Biseksi dan Metode Newton Raphson*. 6(2): 113-132.

Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Wulan, R, E, dkk. 2016. *Perbandingan Tingkat Kecepatan Konvergensi dari Metode Newton Raphson dan Metode Secant Setelah Mengaplikasikan Metode Aiken's dalam Perhitungan Akar Pangkat Tiga*. 12(1): 3-42